

平成24年度専攻科入学者選抜学力検査問題

(数学)

(試験時間 90分)

注意

1. 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙4枚です。
3. 解答用紙4枚です。
4. 問題 (1) ~ (4) 全問解答して下さい。

鈴鹿工業高等専門学校

(1) $f(x) = \cos^2 x - \sin x$ のとき次の問いに答えよ.

1) $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(0, 1)$ における接線の方程式を求めよ.

2) $0 < x < 2\pi$ における $y = f(x)$ の極値を求めよ.

3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ を求めよ.

(2) 次の問に答えよ.

- 1) 2つのベクトル $(-1, -4, 1)$ と $(a, -2, 2a)$ のなす角が 45° のとき定数 a の値を定めよ.
- 2) 行列式の性質において次の選択肢から一般に成り立たない式をすべて選び記号で答えよ. ただし, a, b, c, d, e, f, k は任意の実数, P は任意の正則な正方行列とし, tP は P の転置行列とする.

— 選択肢 —

ア) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$ イ) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c+ka & d+kb \end{vmatrix}$

ウ) $\begin{vmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{vmatrix} = k^2 \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ エ) $\begin{vmatrix} a & b+e \\ c & d+f \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}$

オ) $|{}^tP| = |P|$ カ) $|P^{-1}| = |P|$

- 3) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値と対応する固有ベクトルを求めよ.

- 4) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ により与えられる線形写像 f が $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ で定義されるとき, 直線 $\frac{x}{-1} = \frac{y}{-2} = z$ の線形写像 f による像を次から選び記号で答えよ.

— 選択肢 —

A) 楕円 $x^2 + \frac{y^2}{2^2} = 1$ B) 平面 $-(x-3) - 2(y-2) + (z+1) = 0$

C) 直線 $\frac{x}{-1} = \frac{y}{-2} = z$ D) 直線 $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{-2} = z+1$

(3) 次の微分方程式 (a) を考える. y は x の関数とする.

$$x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0 \cdots (a)$$

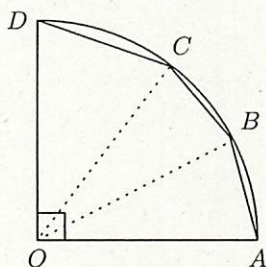
1) $y = x^m$ が (a) の解になるという. 定数 m を求めよ.

2) 前問で見出した m に対して $y = ux^m$ が (a) の解になるとき u が満たす微分方程式を求めよ. ただし u は x の関数とする.

3) u を求めよ.

(4) 次の問に答えよ.

- 1) 下図のように半径 2 の四分円の半径と 2 辺を共有し、かつ内接する 5 角形を考える. 5 角形の面積が最大になる場合どのような 5 角形になるかを答えよ.



- 2) 曲面 $z = 4 - x^2 - y^2$ と平面 $z = -2x + 4$ で囲まれる立体の体積を V とする.

a) 体積は $V = \iint_D ((4 - x^2 - y^2) - (-2x + 4)) \, dx \, dy$ と表せる. このとき領域 D の範囲を座標平面に図示せよ.

b) 体積 V を計算せよ.