

平成23年度専攻科入学者選抜学力検査問題

(数学)

(試験時間 90分)

注意

1. 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙4枚です。
3. 解答用紙4枚です。
4. 問題 (1) ~ (4) 全問解答して下さい。

鈴鹿工業高等専門学校

(1) 次の問に答えよ.

1)  $x = \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  について, 商の導関数の公式を用いて  $\frac{dx}{d\theta}$  を求めよ.

2)  $x = \tan \theta$  の逆関数  $\theta = \text{Tan}^{-1}x$  ( $\theta = \text{Arctan}x$  とも表す) について, 逆関数の導関数の公式  $\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{d\theta}}$  を用いて  $\frac{d\theta}{dx} = (\text{Tan}^{-1}x)' = \frac{1}{1+x^2}$  が成り立つことを示せ.

3) 無限等比級数の和の公式  $\frac{1}{1-r} = 1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots$  ( $|r| < 1$  のとき) を示せ.

4) 3) の式で  $r = -x^2$  とおくことにより  $\theta = \text{Tan}^{-1}x$  ( $|x| < 1$ ) のマクローリン展開を求めよ.

(2) 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  とする. このとき以下の問に答えよ.

1) ベクトル  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ t \end{pmatrix}$  を行列  $A$  で移したベクトル  $\mathbf{w}$  を  $t$  を用いて表せ. また  $\mathbf{v}$  と  $\mathbf{w}$  が平行になるとき  $t$  の値を求めよ.

2) 行列  $A$  の固有値・固有ベクトルを求めよ.

3) 行列  $A$  を対角化せよ.

(3) 変数  $x$  の関数  $y$  についての微分方程式に関する, 以下の問いに答えよ.

1)  $(1 - x^2)y' + y = 0, y(0) = 1$  を解け.

2)  $y' + 2y = xe^{x^2-2x}$  の一般解を求めよ.

(4) 2変数関数  $f(x, y) = x^2 - 4xy + 5y^2 + y$  に関する次の問に答えよ.

1) 座標空間上で曲面  $z = f(x, y)$  と平面  $y = 2$  の交わりはどのような曲線か. 解答欄の  $xz$  平面を平面  $y = 2$  としてそのグラフをかけ.

2) a)  $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial x}$  をそれぞれ求めよ.

b)  $f(x, y)$  の極値を求めよ.

3) 重積分  $\iint_D f(x, y) dx dy$  を求めよ. ただし,  $D$  は下図の斜線で囲まれた領域とする (境界も含む).

