

# 平成22年度専攻科入学者選抜学力検査問題

(数学)

(試験時間 90分)

## 注意

1. 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙4枚です。
3. 解答用紙4枚です。
4. 問題 (1) ~ (4) 全問解答して下さい。

鈴鹿工業高等専門学校

(1) 関数  $f(x) = \frac{\log_e x}{x}$  について考える ( $\log_e x$  は自然対数で  $\ln x$  とも表す. ただし,  $e$  は自然対数の底とする).

1) 極限值  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  および  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$  を求めよ.

2) 関数  $y = f(x)$  ( $x > 0$ ) の極値を求めよ.

3) 関数  $y = f(x)$  ( $x > 0$ ) のグラフを描け.

4) 定積分  $\int_1^e f(x) dx$  の値を計算せよ.



(2) 以下の問に答えよ.

1) 平面  $x - y + 2z = 3$  と直線  $\frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = 5 - z$  の交点の座標を求めよ.

2) 行列式  $\begin{vmatrix} a+b & c & c^2 \\ b+c & a & a^2 \\ c+a & b & b^2 \end{vmatrix}$  の値を求めよ. ただし, 因数分解をした形で答えること.

3) 行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$  の固有値, 固有ベクトルを求めよ.

(3) 変数  $x$  の関数  $y$  についての微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

1) 微分方程式  $\frac{dy}{dx} - 2xy = e^{x^2} \sin x$  について次の問いに答えよ.

a) 微分方程式  $\frac{dy}{dx} - 2xy = 0$  の一般解を求めよ.

b) 微分方程式の初期値問題  $\frac{dy}{dx} - 2xy = e^{x^2} \sin x, y(0) = 0$  を解け.

2) 微分方程式  $y'' + 2y' + 5y = 5x$  について次の問いに答えよ.

a) 微分方程式  $y'' + 2y' + 5y = 0$  の一般解を求めよ.

b)  $y = ax + b$  とおくことにより, 微分方程式  $y'' + 2y' + 5y = 5x$  の特殊解を求めよ.

c) 微分方程式  $y'' + 2y' + 5y = 5x$  の一般解を求めよ.



(4) 2変数関数  $z = 1 - \left(\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2}\right)$  に関する、次の間に答えよ。

1) 2変数関数  $z = 1 - \left(\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2}\right)$  の極値を求めよ。

2) 変数変換  $\begin{cases} x = 2r \cos \theta \\ y = 3r \sin \theta \end{cases}$  に対応するヤコビアン  $J$  を求めたい。

a) 次の選択肢からヤコビアン  $J$  を選び、その記号を解答欄に書け。

選択肢

ア)	$\begin{vmatrix} x_{rr} & x_{\theta\theta} \\ y_{rr} & y_{\theta\theta} \end{vmatrix}$	イ)	$\begin{vmatrix} x_{rr} & x_{r\theta} \\ y_{\theta r} & y_{\theta\theta} \end{vmatrix}$	ウ)	$\begin{vmatrix} x_r & x_\theta \\ y_r & y_\theta \end{vmatrix}$	エ)	$\begin{vmatrix} x_r & x_\theta \\ y_\theta & y_r \end{vmatrix}$
----	--	----	---	----	--	----	--

b) 前問を計算し、ヤコビアン  $J$  を求めよ。

3) 曲面  $z = 1 - \left(\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2}\right)$  と  $xy$  平面で囲まれる立体の体積を求めよ。ただし、2) の結果を利用して良い。