平成１８年度応用数学前期中間試験（０６', ６，６、３－４）

（１）解答は解答用紙（白紙）を使用すること。

（２）解答用紙は裏・表を使用し、不足する場合には申し出ること。

「１」以下の問題から (i) 変数分離形 (ii) 同次形 (iii) 線形 (iv) 完全形をそれぞれ２題以上、かつ合計１０題になるように選択し解け。それ以上解いても採点の対象としない。（８ × １０）(「知識・能力」１，２，３，４)

（１）$\frac{dy}{dx} = e^y x^2$

（２）$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+y^2)}{(1-x^2)y}$

（３）$\frac{dy}{dx} = \frac{x\log x}{y}$

（４）$(x-y)+(x+y)\frac{dy}{dx} = 0$

（５）$y^2 + x^2\frac{dy}{dx} = xy\frac{dy}{dx}$

（６）$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \cos\frac{y}{x}$

（７）$x\sin(\frac{y}{x})\frac{dy}{dx} = y\sin(\frac{y}{x}) + x$

（８）$(y + e^x\cos y)dx + (x - e^x\sin y)dy = 0$

（９）$x(1+y^2)dx + y(1+x^2)dy = 0$

（１０）$((x+1)e^x - e^y)dx - xe^y dy = 0$

（１１）$\frac{dy}{dx} + (\frac{\cos x}{\sin x})y = \frac{x}{\sin x}$

（１２）$\frac{dy}{dx} + \frac{2}{1-x^2}y = x$

（１３）$\frac{dy}{dx} + \frac{1+x}{x}y = x^2$

（１４）$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \sin x$

（１５）$\frac{dy}{dx} - (1+\log x)y = x^{x+1}$

「２」（１）、（２）からどちらかを選んで解け。(「知識・能力」３，４)

（１）(i) 方程式 $2(\sin y^2)dx + xy(\cos y^2)dy = 0$ は完全形ではないことを確かめよ。（５）

(ii) 関数 $\mu(x)$ を両辺に掛けて得られる方程式が完全形になるとき、関数 $\mu(x)$ が満たす微分方程式を求めて解け。（１０）

(iii)(ii) で得られた完全形の方程式を解け。（５）

（２）一階線形微分方程式 $y' - \frac{2(e^{2x}-e^{-2x})}{e^{2x}+e^{-2x}}y = -\frac{2(e^{2x}-e^{-2x})}{e^{2x}+e^{-2x}}...(*)$ の一般解を定数変化法で求める。

(i) 方程式の右辺を０と置いて得られる斉次方程式 $y' - \frac{2(e^{2x}-e^{-2x})}{e^{2x}+e^{-2x}}y = 0...(**)$ は変数分離形となる。この方程式の１つ解（特殊解）y_0 を求めよ。（５）

(ii)(i) で得られた $(**)$ の特殊解 y_0 を用いて $(*)$ の特殊解 y_1 を $y_1 = u(x)y_0$ の形で求めよ。（１０）

(iii)(i)、(ii) を用いて $(*)$ の一般解を求めよ。（５）