

中学生のみなさんへ

工夫して計算してみよう

このページでは、誰でもできる計算を、計算しやすくするために工夫してみたいと思います。

問題

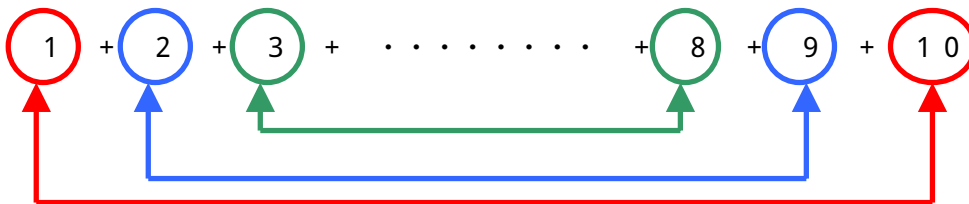
$$(1) 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 9 + 10$$

$$(2) 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20 + 21$$

(1)の問題は、それほど難しくないので、暗算でもできるでしょう。そろばんを経験したことのある人は初歩の「練習問題」としてやったことがあるかもしれません。

(2)の問題は、暗算だと面倒になります。電卓を使えば結果は出せますが、ここでは「**自分の力で、いかに工夫して計算しやすくするか**」がテーマなので、電卓は検算に使うだけにしましょう。

それでは、どのように工夫するとよいのでしょうか？

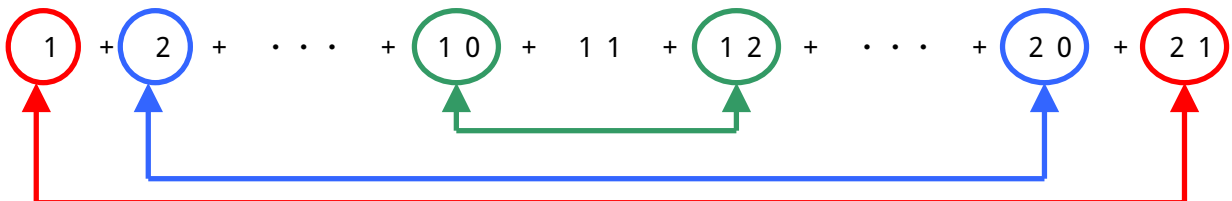


というように、両端の2つの数を順に加えていくと、**11**がいくつかできます。

何個できるかという、最後の数である10の半分で**5**個できます。

よって、 **$11 \times 5 = 55$** が答えになります。

同じ方法で、(2)を計算してみることにしましょう。

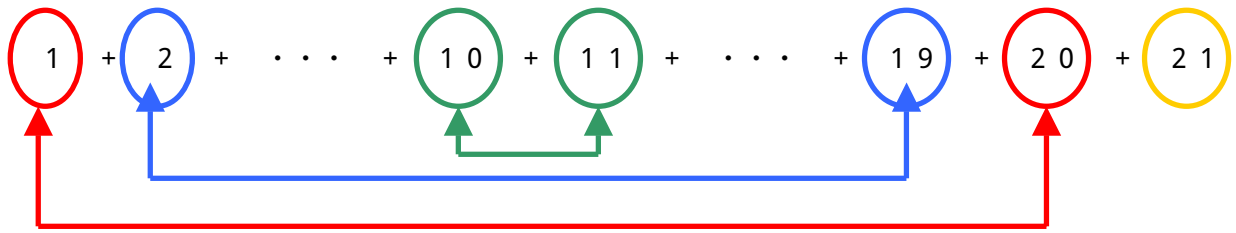


今度は両端の2つの数を順に加えていくと、**22**ができます。しかし、真ん中に**11**が残ってしまいます。実際に書き出してみると、

$$1 + 21, 2 + 20, 3 + 19, 4 + 18, 5 + 17, 6 + 16, 7 + 15, 8 + 14, 9 + 13, 10 + 12$$

のようになり、**22**が10個できて、**11**が残っているので、 **$22 \times 10 + 11 = 231$** が答えです。

これでもよいのですが、**真ん中に11が残らないように**してみましょう。



最後の 21 は残しておきます。1 から 20 までで両端の 2 つの数を順に加えていきます。すると、
 $1 + 20$ 、 $2 + 19$ 、 $3 + 18$ 、 $4 + 17$ 、 $5 + 16$ 、 $6 + 15$ 、 $7 + 14$ 、 $8 + 13$ 、 $9 + 12$ 、 $10 + 11$
 となって、21 が 10 個できます。そして、最初に残しておいた 21 があるので、結局 21 が 11 個できたこととなります。よって、

$$\begin{aligned}
 21 \times 11 &= 21 \times (10 + 1) \\
 &= 21 \times 10 + 21 \times 1 \\
 &= 210 + 21 \\
 &= 231
 \end{aligned}$$

が答えになります。

(1) のように、最後が偶数で終わっているときには、そのまま両端の 2 つの数を順に加えていき、(2) のように、最後が奇数で終わっているときには、あらかじめ最後の数を残しておき、両端の 2 つの数を順に加えていきます。そして、同じ数が何個できたかを調べればよいのです。
 では、次の問題を工夫して計算してみましょう。

問題

(3) $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$

(4) $1 + 2 + 3 + \dots + 200 + 201$

(3) は最後の数が偶数の 100 です。100 が何個できるか調べてみましょう。
 (4) は最後の数が奇数の 201 です。201 はあらかじめ残しておき、1 から 200 までの数で両端の 2 つの数を順に加えていきましょう。残しておいた 201 を合わせると、全部で 201 が何個できるか調べてみましょう。

何個できるかを調べるのによい方法があります。いちいち全部書き出していたら大変です。
 (3) では、2 つの数を組にするわけですから、100 の半分で 50 個の組ができます。
 (4) では、1 から 200 までで 2 つの数を組にするので、200 の半分で 100 個の組ができます。これと、残しておいた最後の 201 を合わせます。

問題の答えは、次のようになります。

(3) $101 \times 50 = 5050$

(4) $201 \times 101 = 201 \times (100 + 1) = 20100 + 201 = 20301$

電卓を使わなくても、案外簡単に計算できるとは思いませんか？